

50

BÀI TOÁN ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH QUẢNG ĐƯỜNG VẬT CHUYỂN ĐỘNG

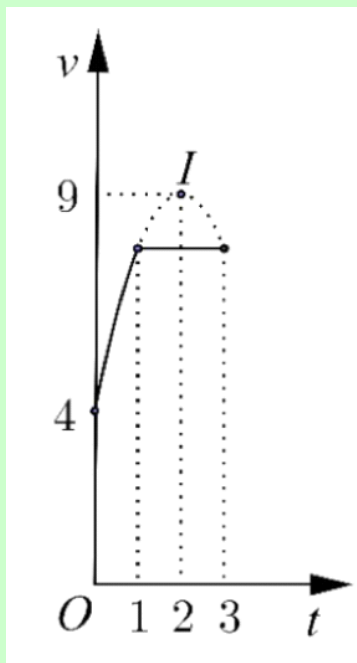
A. LÝ THUYẾT

Một vật chuyển động theo phương trình $v(t)$ trong khoảng thời gian từ $t = a$ đến

$t = b$ ($a < b$) sẽ di chuyển được quãng đường $s = \int_a^b v(t) dt$.

B. BÀI TẬP

Câu 1: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị của vận tốc như hình vẽ bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn hàng phần trăm):



- A. $s = 23,25(\text{km})$. B. $s = 21,58(\text{km})$. C. $s = 15,50(\text{km})$. D. $s = 13,83(\text{km})$.

Lời giải

Chọn B

Ta đi tìm phương trình vận tốc của vật:

Theo giả thiết trong khoảng thời gian từ 0 đến 1 giờ vận tốc của vật là $v(t) = at^2 + bt + c$

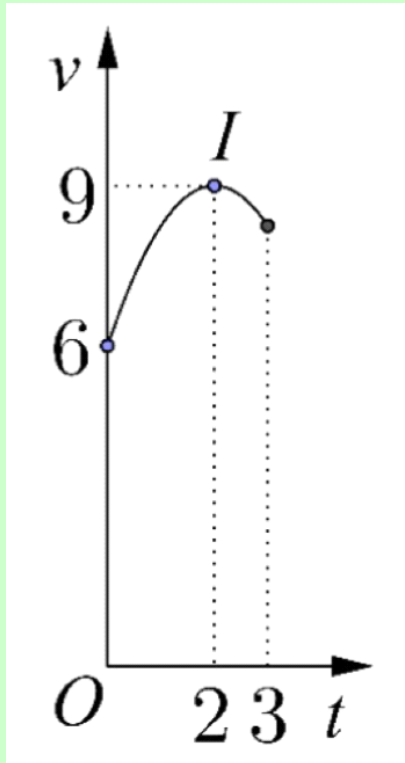
Căn cứ vào đồ thị đã cho có

$$\begin{cases} v(0) = 4 \\ t_0 = -\frac{b}{2a} = 2 \\ v(t_0) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ b = -4a \\ a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{4} \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases}.$$

Vậy $v(t) = -\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4, 0 \leq t \leq 1$ và $v(t) = v(1) = \frac{31}{4}, 1 \leq t \leq 3$.

$$\text{Vậy } s = \int_0^1 v(t) dt + \int_1^3 v(t) dt = \int_0^1 \left(-\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4\right) dt + \int_1^3 \frac{31}{4} dt = \frac{73}{12} + \frac{31}{2} = \frac{259}{12} \approx 21,58$$

Câu 2: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị của vận tốc là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó



- A. $s = 24,25(\text{km})$. B. $s = 26,75(\text{km})$. C. $s = 24,75(\text{km})$. D. $s = 25,25(\text{km})$.

Lời giải

Chọn C

Ta đi tìm phương trình vận tốc của vật:

Theo giả thiết trong khoảng thời gian từ 0 đến 3 giờ vận tốc của vật là $v(t) = at^2 + bt + c$

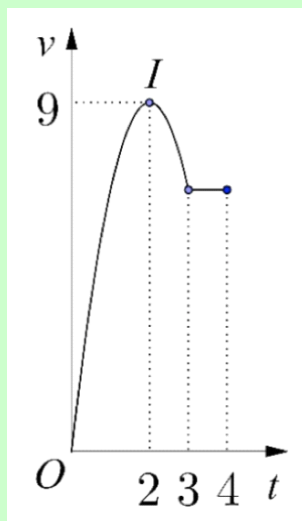
Căn cứ vào đồ thị đã cho có

$$\begin{cases} v(0) = 6 \\ t_0 = -\frac{b}{2a} = 2 \\ v(t_0) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 6 \\ b = -4a \\ a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = 3 \\ c = 6 \end{cases}.$$

Vậy $v(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 4, 0 \leq t \leq 3$.

$$\text{Vậy } s = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 \left(-\frac{3}{4}t^2 + 3t + 4\right) dt = \frac{99}{4} = 24,75$$

Câu 3: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị của vận tốc như hình vẽ bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



- A. $s = 26,25(\text{km})$. B. $s = 28,5(\text{km})$. **C. $s = 27(\text{km})$.** D. $s = 24(\text{km})$.

Lời giải

Chọn C

Ta đi tìm phương trình vận tốc của vật:

Theo giả thiết trong khoảng thời gian từ 0 đến 1 giờ vận tốc của vật là $v(t) = at^2 + bt + c$

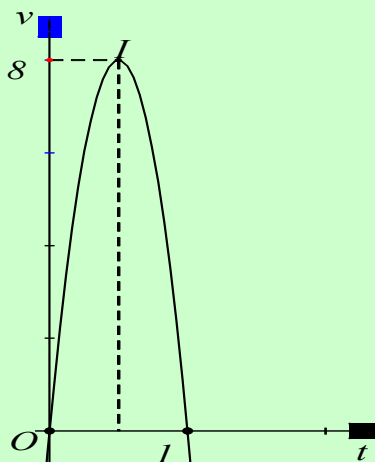
Căn cứ vào đồ thị đã cho có

$$\begin{cases} v(0) = 0 \\ t_0 = -\frac{b}{2a} = 2 \\ v(t_0) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -4a \\ a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{9}{4} \\ b = 9 \\ c = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } v(t) = -\frac{9}{4}t^2 + 9t, 0 \leq t \leq 3 \text{ và } v(t) = v(1) = \frac{27}{4}, 3 \leq t \leq 4.$$

$$\text{Vậy } s = \int_0^3 v(t) dt + \int_3^4 v(t) dt = \int_0^3 \left(-\frac{9}{4}t^2 + 9t\right) dt + \int_3^4 \frac{27}{4} dt = \frac{81}{4} + \frac{27}{4} = 27.$$

Câu 4: Một người chạy trong 1 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị của vận tốc là một phần của đường parabol có đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ bên. Tính quãng đường s mà người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



A. $s = 4(\text{km})$.

B. $s = 2,3(\text{km})$.

C. $s = 4,5(\text{km})$.

D. $s = 5,3(\text{km})$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: phương trình vận tốc của vật có dạng $v(t) = at^2 + bt + c$.

Dựa vào đồ thị ta có:

$$\begin{cases} v(0) = 0 \\ t_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \\ v(t_0) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \\ a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -32 \\ b = 32 \\ c = 0 \end{cases}$$

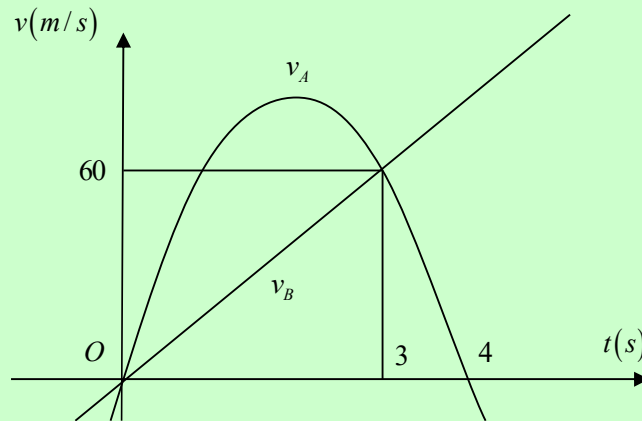
$$\Rightarrow v(t) = -32t^2 + 32t.$$

$$\frac{1}{2}$$

Vậy quãng đường s mà người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút hay $\frac{3}{4}$

$$\text{giờ là } \int_0^{\frac{3}{4}} v(t) dt = \int_0^{\frac{3}{4}} (-32t^2 + 32t) dt = \frac{9}{2} = 4,5 (km).$$

Câu 5: Cho đồ thị biểu thị vận tốc của hai xe A và B khởi hành cùng một lúc, bên cạnh nhau và trên cùng một con đường. Biết đồ thị biểu diễn vận tốc của xe A là một đường Parabol, đồ thị biểu diễn vận tốc của xe B là một đường thẳng ở hình bên. Hỏi sau khi đi được 3 giây, khoảng cách giữa hai xe là bao nhiêu mét?



A. 90m.

B. 60m.

C. 0m.

D. 270m.

Lời giải

Chọn A

Phương trình vận tốc của xe A có dạng $v(t) = at^2 + bt + c$.

Dựa vào đồ thị ta có:

$$\begin{cases} v(0) = 0 \\ v(3) = 60 \\ v(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 9a + 3b + c = 60 \\ 16a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -20 \\ b = 80 \\ c = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow v(t) = -20t^2 + 80t$ suy ra quãng đường xe A đi được trong 3 giây đầu là

$$s_A = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 (-20t^2 + 80t) dt = 180(m).$$

Vận tốc xe B có phương trình là $v(t) = 20t$, sau 3 giây, xe B đi được quãng đường là

$$s_B = \int_0^3 20t dt = 10t^2 \Big|_0^3 = 90(m).$$

Vậy sau khi đi được 3 giây, hai xe cách nhau $180 - 90 = 90(m)$.

Câu 6: Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 (mét) so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật $v(t) = 10t - t^2$, trong đó t (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $v(t)$ được

tính theo đơn vị mét/phút (m/p). Nếu như vậy thì bắt đầu tiếp đất vận tốc v của khí cầu là?

- A. $v = 5(m/p)$. B. $v = 7(m/p)$.
 C. $v = 9(m/p)$. D. $v = 3(m/p)$.

🔗 **Lời giải**

Chọn C

$$\text{Đk: } v(t) = 10t - t^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 10.$$

Quãng đường khí cầu chuyển động đi xuống đến khi chạm đất là:

$$S = 162 = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t (10t - t^2) dt = 5t^2 - \frac{t^3}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 9 \\ t = 3(1 \pm \sqrt{7})(t) \end{cases}$$

Câu 7: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $1m$. Ô tô A đang chạy với vận tốc $16m/s$ bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 16 - 4t (m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ thời điểm ô tô A bắt đầu hãm phanh. Hỏi rằng để hai ô tô A và B dừng lại đạt khoảng cách an toàn thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng tối thiểu là bao nhiêu mét?

- A. $33m$. B. $32m$. C. $31m$. D. $34m$.

🔗 **Lời giải**

Chọn A

$$\text{Ô tô A dừng hẳn sau thời gian } v(t) = 16 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 4(s).$$

$$\text{Quãng đường ô tô A chuyển động chậm dần đều là } S = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32(m).$$

Khoảng cách để dừng an toàn là: $33(m)$.

Câu 8: Một vật đang chuyển động đều với vận tốc $v_0 (m/s)$ thì bắt đầu tăng tốc với gia tốc $a(t) = v_0 t + t^2 (m/s^2)$ trong đó t là khoảng thời gian được tính bằng giây kể từ thời điểm vật bắt đầu tăng tốc. Biết quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là $100m$. Tính vận tốc ban đầu v_0 của vật.

- A. $20,722(m/s)$. B. $12,433(m/s)$. C. $21,722(m/s)$. D. $13,433(m/s)$.

🔗 **Lời giải**

Chọn B

$$\text{Phương trình vận tốc } v(t) = \int a(t) dt = \int (v_0 t + t^2) dt = v_0 \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + C.$$

$$\text{Tại thời điểm } t = 0 \Rightarrow v(t) = v_0 \Rightarrow C = v_0.$$

Biết quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là $100m$ suy ra

$$S = 100 = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 \left(v_0 \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + v_0 \right) dt = 3v_0 + \frac{27}{6} v_0 + \frac{81}{27} \Rightarrow v_0 = 12,433 (m/s).$$

Câu 9: Giả sử một vật từ trạng thái nghỉ $t = 0(s)$ chuyển động thẳng với vận tốc $v_t = t(5-t) (m/s)$. Tính quãng đường vật đi được cho tới khi nó dừng lại.

- A. $\frac{125}{6} (m)$. B. $25 (m)$. C. $6 (m)$. D. $125 (m)$.

Lời giải

Chọn A

Vật dừng lại khi $v_t = t(5-t) = 0 \Rightarrow t = 5$

$$\text{Quãng đường vật đi được } S = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 t(5-t) dt = \frac{125}{6} (m)$$

Câu 10: Một vật đang chuyển động đều với vận tốc $v_0 = 15 m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t (m/s^2)$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

- A. $27m$. B. $72m$. C. $69,75m$. D. $24,75m$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } v(t) = v(0) + [v(t) - v(0)] = v(0) + \int_0^t a(t) dt = 15 + \int_0^t (t^2 + 4t) dt = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15.$$

$$\text{Vì vậy } s = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 \left(\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15 \right) dt = 69,75m.$$

Câu 11: Một ô tô đang chạy với vận tốc $18 (m/s)$ thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 18 - 36t (m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian được tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu hãm phanh. Tính quãng đường ô tô đi được kể từ lúc hãm phanh cho đến khi dừng hẳn.

- A. $3,5m$. B. $5,5m$. C. $4,5m$. D. $3,6m$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ô tô dừng lại} \Leftrightarrow v(t) = 0 \Leftrightarrow 18 - 36t = 0 \Leftrightarrow t = 0,5.$$

Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian từ lúc hãm phanh đến lúc dừng hẳn là

$$s = \int_0^{0.5} v(t) dt = \int_0^{0.5} (18 - 36t) dt = 4,5m.$$

Câu 12: Một chất điểm A xuất phát từ vị trí O , chuyển động thẳng nhanh dần đều; 8 giây sau nó đạt vận tốc $6m/s$. Từ thời điểm đó nó chuyển động thẳng đều. Một chất điểm B cũng xuất phát từ cùng vị trí O nhưng chậm hơn 12 giây so với A và chuyển động nhanh dần đều. Biết rằng B đuổi kịp A sau 8 giây (kể từ lúc B xuất phát). Tìm vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A .

- A. $24m/s$. B. $12m/s$. C. $48m/s$ D. $36m/s$.

Lời giải

Chọn A

Gia tốc của A trong 8 giây đầu là $a = \frac{6-0}{8} = \frac{3}{4}m/s^2$, quãng đường mà A đi được kể từ lúc xuất phát đến lúc gặp B (trong khoảng thời gian $8+4+8=20$ giây) là

$$s = \int_0^8 v(t) dt + 6 \cdot 12 = \int_0^8 \frac{3}{4} t dt + 72 = 96m.$$

Vận tốc của B là $v(t) = mt$, theo giả thiết $\int_0^8 mtdt = 96 \Leftrightarrow m = 3 \Rightarrow v = 3 \cdot 8 = 24m/s$.

Câu 13: Cá hồi Thái Bình Dương đến mùa sinh sản chúng thường bơi từ biển đến thượng nguồn con sông để đẻ trứng trên sỏi đá rồi chết. Khi nghiên cứu một con cá hồi sinh sản người ta phát hiện ra một quy luật nó chuyển động trong nước yên lặng là $s(t) = -\frac{t^2}{10} + 4t$ với t (giờ) là khoảng thời gian từ lúc con cá bắt đầu chuyển động và $s(t)$ (km) là quãng đường con cá bơi trong khoảng thời gian đó. Nếu thả con cá hồi vào dòng sông có vận tốc dòng nước chảy là $2 km/h$. Tính khoảng cách xa nhất mà con cá hồi đó có thể bơi ngược dòng nước đến nơi đẻ trứng.

- A. $8km$. B. $10km$. C. $20km$ D. $30km$.

Lời giải

Chọn B

Vận tốc của con cá là $v(t) = s'(t) = -\frac{t}{5} + 4$.

Vận tốc thực của con cá khi bơi ngược dòng là $v(t) - 2 = \left(-\frac{t}{5} + 4\right) - 2 = -\frac{t}{5} + 2$.

Quãng đường con cá bơi được trong khoảng thời gian t kể từ lúc bắt đầu là

$$s(t) = \int_0^t \left(-\frac{t}{5} + 2\right) dt = -\frac{t^2}{10} + 2t + C, \text{ với } s(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \text{ và}$$

$$s(t) = -\frac{t^2}{10} + 2t = -\frac{1}{10}(t-10)^2 + 10 \leq 10$$

Vậy khoảng cách xa nhất là 10km .

Câu 14: Một vật từ trạng thái nghỉ $t=0(\text{s})$ chuyển động thẳng với vận tốc $v(t) = t(6-t)(\text{m/s})$. Tính quãng đường vật đi được cho đến khi nó dừng lại.

- A. 20m . B. 30m . C. 36m . D. 26m .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Vật dừng lại khi } v(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 6 \end{cases}.$$

$$\text{Quãng đường vật đi được là: } S = \int_0^6 v(t) dt = \int_0^6 t(6-t) dt = 36(\text{m}).$$

Câu 15: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1 - 2\sin 2t(\text{m/s})$. Gọi $S = a + \frac{b\pi}{c}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$, $\frac{b}{c}$ tối giản) là quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=0(\text{s})$ đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}$. Tính $P = 2a - 3b + 2c$.

- A. $P = -5$. B. $P = 5$. C. $P = 3$. D. $P = -3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Quãng đường vật đi được là } S = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} v(t) dt = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2\sin 2t) dt = \left(t + \cos 2t\right) \Big|_0^{\frac{3\pi}{4}} = -1 + \frac{3\pi}{4}$$

Suy ra $a = -1, b = 3, c = 4$. Suy ra $P = -3$.

Câu 16: Một vật chuyển động với vận tốc $10(\text{m/s})$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2(\text{m/s}^2)$. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là

- A. $\frac{400}{3}\text{m}$. B. $\frac{430}{3}\text{m}$. C. $\frac{4300}{3}\text{m}$. D. $\frac{4000}{3}\text{m}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int (3t + t^2) dt = \frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 + C$$

Do $v(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $a(t)$ thỏa mãn $v(0) = 10 \Leftrightarrow C = 10$

$$\text{Suy ra } v(t) = \frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 + 10$$

Do đó quãng đường vật đi được trong 10 giây kể từ lúc tăng tốc là:

$$S = \int_0^{10} \left(\frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 + 10 \right) dt = \left(\frac{1}{2}t^3 + \frac{1}{12}t^4 + 10t \right) \Big|_0^{10} = \frac{4300}{3} \text{ m.}$$

Câu 17: Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 160 - 10t$ (m/s). Quãng đường vật đi được từ lúc $t = 0$ đến thời điểm mà vật dừng lại là

- A. 160m. B. 100m. C. 1280m. D. 144m.

Lời giải

Chọn C

Vật dừng lại khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow 160 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 16$.

$$\text{Quãng đường vật đi được là: } S = \int_0^{16} (160 - 10t) dt = \left(160t - 5t^2 \right) \Big|_0^{16} = 1280 \text{ m.}$$

Câu 18: Một vật bắt đầu chuyển động $v(t) = 2t^3 - 15t^2 + 24t + 20$ (m/s). Hỏi trong 5 giây đầu tiên, quãng đường vật đi được cho đến khi đạt vận tốc lớn nhất là bao nhiêu?

- A. 11m. B. $\frac{175}{2}$ m. C. 80m. D. $\frac{55}{2}$ m.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(t) = 2t^3 - 15t^2 + 24t + 20$ trên đoạn $[0; 5]$

$$f'(t) = 6t^2 - 30t + 24; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \end{cases}$$

$$f(0) = 20; f(1) = 31; f(4) = 4; f(5) = 15$$

$$\text{Do đó } \max_{[0;5]} f(t) = f(1) = 31$$

Quãng đường đi được từ lúc vật tăng tốc đến khi đạt vận tốc lớn nhất là:

$$S = \int_0^1 (2t^3 - 15t^2 + 24t + 20) dt = \left(\frac{1}{2}t^4 - 5t^3 + 12t^2 + 20t \right) \Big|_0^1 = \frac{55}{2} \text{ m.}$$

Câu 19: Một vật chuyển động với phương trình vận tốc là $v(t) = t^3 - 9t^2 + 24t - 16$ (m/s). Hỏi từ lúc $t = 0$ đến khi vật có gia tốc nhỏ nhất thì vật đã đi được quãng đường bao nhiêu?

A. 12,75 m.

B. 13 m.

C. 1 m.

D. 0,75 m.

🔍 LỜI GIẢI

Chọn A

Gia tốc của chuyển động có phương trình là: $a(t) = 3t^2 - 18t + 24 \text{ (m/s}^2\text{)}$

Gia tốc nhỏ nhất tại $t = 3$.

Quãng đường vật đi được là

$$\int_0^3 |t^3 - 9t^2 + 24t - 16| dt = \left| \int_0^1 (t^3 - 9t^2 + 24t - 16) dt \right| + \left| \int_1^3 (t^3 - 9t^2 + 24t - 16) dt \right| = \frac{51}{4}$$

(Do $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1; v(t) < 0, \forall t \in (0; 1)$).

Câu 20: Một vật bắt đầu chuyển động với phương trình vận tốc là $v(t) = \frac{2t}{t^2 + 1}$. Hỏi từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vật có gia tốc nhỏ nhất đã đi được quãng đường dài bao nhiêu?

A. $\ln 2 \text{ m.}$ B. $\log 2 \text{ m.}$ C. $\log 4 \text{ m.}$ D. $\ln 4 \text{ m.}$

🔍 LỜI GIẢI

Chọn D

Phương trình gia tốc của chuyển động là:

$$a(t) = \frac{2 - 2t^2}{(t^2 + 1)^2}; a'(t) = \frac{4t(t^2 - 3)}{(t^2 + 1)^3}; a'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \sqrt{3} \\ t = -\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \min_{(0; +\infty)} a(t) = a(\sqrt{3}) = -\frac{1}{4}$$

$$\text{Quãng đường vật đi được là: } S = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{2t}{t^2 + 1} dt = \ln(t^2 + 1) \Big|_0^{\sqrt{3}} = \ln 4 \text{ m.}$$

Câu 21: Một vật bắt đầu chuyển động với phương trình vận tốc là $v(t) = \frac{2t}{t^2 + 1}$. Hỏi từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vật có tốc độ lớn nhất đã đi được quãng đường dài bao nhiêu?

A. $\ln 2 \text{ m.}$ B. $\log 2 \text{ m.}$ C. 1 m. D. $\ln 4 \text{ m.}$

🔍 LỜI GIẢI

Chọn A

$$v(t) = \frac{2t}{t^2 + 1}. \text{ TXĐ } D = [0; +\infty).$$

$$v'(t) = \frac{2-2t^2}{(t^2+1)^2}$$

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

BBT

t	0	1	$+\infty$
$v'(t)$	0	+	0
$v(t)$	0		0

Dựa vào BBT thì vận tốc lớn nhất tại $t = 1$.

$$s = \int_0^1 v(t) dt = \int_0^1 \frac{2t}{t^2+1} dt = \int_0^1 \frac{1}{t^2+1} d(t^2+1) = \ln(t^2+1) \Big|_0^1 = \ln 2 (m).$$

Câu 22: Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t (m/s)$, với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc $200 (m/s)$ thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là:

- A. $\frac{2500}{3} m$. B. $2000m$. C. $500m$. D. $\frac{4000}{3} m$.

Lời giải

Chọn A

$$v(t) = 200 \Leftrightarrow t^2 + 10t = 200 \Leftrightarrow t^2 + 10t - 200 = 0 \Leftrightarrow t = 10.$$

Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là:

$$s = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} (t^2 + 10t) dt = \left(\frac{t^3}{3} + 5t^2 \right) \Big|_0^{10} = \frac{2500}{3} (m).$$

Câu 23: Bạn Minh ngồi trên một máy bay đi du lịch thế giới với vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t) = 3t^2 + 5 (m/s)$. Quãng đường máy bay đi được từ giây thứ 5 đến giây thứ 10 là

- A. $900m$. B. $936m$ C. $1134m$. D. $966m$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét: Giây thứ nhất bắt đầu từ $t = 0$ nên giây thứ 5 bắt đầu khi $t = 4$

Quãng đường máy bay đi được từ giây thứ $t = 4$ đến giây thứ $t = 10$ là

$$s = \int_4^{10} v(t) dt = \int_4^{10} (3t^2 + 5) dt = (t^3 + 5t) \Big|_4^{10} = 966 (m).$$

Câu 24: Một vật bắt đầu chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian được tính bởi công thức $v(t) = 3t + 2 (m/s)$. Tại thời điểm $t = 2s$ thì vật đã đi được quãng đường là $10m$. Hỏi

tại thời điểm $t = 30s$ thì vật đã đi quãng đường bao nhiêu m từ lúc bắt đầu chuyển động?

A. $1140m$.

B. $1410m$

C. $300m$.

D. $240m$.

🔗 Lời giải

Chọn B

Quãng đường vật đi được từ giây thứ 2 đến giây thứ 30 là

$$s = \int_2^{30} v(t) dt = \int_2^{30} (3t + 2) dt = \left(\frac{3}{2}t^2 + 2t \right) \Big|_2^{30} = 1400(m).$$

$$\text{Mặt khác } s = \int_2^{30} v(t) dt = s(30) - s(2).$$

$$\text{Do đó } s(30) = \int_2^{30} v(t) dt + s(2) = 1400 + 10 = 1410(m)$$

Câu 25: Một vật bắt đầu chuyển động với vận tốc đầu là $6(m/s)$ và có gia tốc được cho bởi công thức $a(t) = v'(t) = \frac{3}{t+1}(m/s^2)$. Vận tốc của vật sau 8 giây là $v(8) = a \ln 3 + b (a, b \in \mathbb{Z})$, tính $P = a - b$.

A. $P = 1$.

B. $P = -1$

C. $P = 0$.

D. $P = -2$.

🔗 Lời giải

Chọn C

Độ thay đổi vận tốc thời điểm $t = 0s$ đến thời điểm $t = 8s$ là

$$\Delta v = \int_0^8 a(t) dt = \int_0^8 \frac{3}{t+1} dt = 3 \ln|t+1| \Big|_0^8 = 3 \ln 9 = 6 \ln 3(m).$$

$$\text{Mặt khác } \Delta v = \int_0^8 a(t) dt = \int_0^8 \frac{3}{t+1} dt = v(8) - v(0) (m/s).$$

$$\text{Do đó } v(8) - v(0) = 6 \ln 3 \Leftrightarrow v(8) = 6 \ln 3 + v(0) = 6 \ln 3 + 6 (m/s)$$

Suy ra $a = b = 6$, do đó $P = 0$

Câu 26: Một vật chuyển động với vận tốc đầu là $v(0) (m/s)$ và có gia tốc được cho bởi công thức $a(t) = v'(t) = \frac{2}{t+1}(m/s^2)$. Vận tốc của vật sau 15 giây là $v(15) = 8 \ln 2 - \log 100(m/s)$. Tính vận tốc ban đầu của vật.

A. $9m/s$.

B. $12m/s$.

C. $10m/s$.

D. $11m/s$.

🔗 Lời giải

Chọn C

$$\text{Độ thay đổi vận tốc của vật từ } t = 0s \text{ đến } t = 15s \text{ là } \Delta v = \int_0^{15} \frac{2}{1+t} dt = 2 \ln|t+1| \Big|_0^{15} = 8 \ln 2.$$

Suy ra $v(15) - v(0) = 8 \ln 2$, mà $v(15) = 8 \ln 2$ nên $v(0) = \log 100 = 10$.

Câu 27: Con cá bơi có phương trình quãng đường $s(t) = -\frac{1}{10}t^2 + 4t$ (km), t tính bằng giờ.

Biết con cá bơi xuôi dòng nước với tốc độ dòng chảy là 2 km/h . Tính khoảng cách xa nhất con cá bơi được?

- A. 10 km . B. 40 km . C. 60 km . D. 90 km .

Lời giải

Chọn D

Vận tốc con cá là $v(t) = -\frac{1}{5}t + 4$. Do cá bơi xuôi dòng nên vận tốc thật là $v(t) = -\frac{1}{5}t + 6$.

Quãng đường cá bơi được là $\int_0^t \left(-\frac{1}{5}t + 6\right) dt = -\frac{1}{10}t^2 + 6t = -\frac{1}{10}(t - 30)^2 + 90 \leq 90 \text{ km}$.

Câu 28: Một nhóm sinh viên được thực hành nghiên cứu sự chuyển động của các hạt. Nhóm đã phát hiện hạt prô-ton di chuyển trong điện trường với gia tốc $a = -\frac{20}{(1+2t)^2} (\text{cm/s}^2)$

. Nhóm sinh viên đã tìm ra hàm vận tốc của hạt đó, biết khi $t=0$ thì vận tốc là $v = 30 \text{ cm/s}$. Biểu thức đúng là?

- A. $v(t) = \left(\frac{10}{1+2t} + 25\right) \text{ cm/s}$. B. $v(t) = \left(\frac{10}{1+2t} + 20\right) \text{ cm/s}$.
C. $v(t) = \left(\frac{10}{1+2t} + 10\right) \text{ cm/s}$. D. $v(t) = \left(\frac{10}{1+2t} + 30\right) \text{ cm/s}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $v(t) = \int a dt = \int \frac{-20}{(1+2t)^2} dt = \frac{10}{1+2t} + C$.

Có $v(0) = 30 \Rightarrow C = 20 \Rightarrow v(t) = \left(\frac{10}{1+2t} + 20\right)$.

Câu 29: Một tập đoàn định đầu tư vào hai dự án. Giả sử, dự án đầu tư đầu có tốc độ sinh lợi nhuận là $P_1(t) = 50 + t^2$ (đồng/năm), dự án thứ hai có tốc độ sinh lợi nhuận là $P_2(t) = 200 + 5t$ (đồng/năm). Sau t năm thì tốc độ sinh lợi của dự án hai bằng một nửa dự án một. Tính lợi nhuận thực tế trong khoảng thời gian trên.

- A. $6674,6$ đồng. B. $6576,4$ đồng. C. $5676,4$ đồng. D. $6679,4$ đồng.

Lời giải

Chọn A

Tốc độ sinh lợi của dự án hai bằng một nửa dự án một khi

$$P_1 = 2P_2 \Leftrightarrow 50 + t^2 = 400 + 10t \Leftrightarrow t = 5 + 5\sqrt{15}.$$

Lợi nhuận thực tế trong khoảng thời gian đó là

$$L = \int_0^{5+5\sqrt{15}} [P_2(t) - P_1(t)] dt = \int_0^{5+5\sqrt{15}} (350 + 10t - t^2) dt \approx 6674,6$$

Câu 30: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a_1 = 7 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Đi được $5s$, tài xế phát hiện chướng ngại vật phía trước và phanh gấp, sáu giây sau đó ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a_2 = -70 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng hẳn.

A. $87,5m$.

B. $96,25m$.

C. $94m$.

D. $95,7m$.

Lời giải**Chọn B**

Phương trình vận tốc của ô tô là $v_1(t) = \int a_1 dt = \int 7 dt = 7t + C$.

Do ô tô bắt đầu chuyển động nên $v_1(0) = 0 \Rightarrow v_1(t) = 7t$.

Sau $5s$ vận tốc là $v_1(5) = 35 \text{ (m/s)}$.

Vận tốc của ô tô lúc hãm phanh là $v_2(t) = \int a_2 dt = -70t + C$.

Có $v_2(0) = 35 \Rightarrow v_2(t) = -70t + 35$.

Khi ô tô dừng hẳn thì $v_2(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

Quãng đường đi được là $S = \int_0^5 7t dt + \int_0^{0,5} (-70t + 35) dt = 96,25(m)$.

Câu 31: Một xe lửa chuyển động chậm dần đều và dừng hẳn sau 20 giây kể từ khi bắt đầu hãm phanh. Trong thời gian đó xe chạy được 120m. Cho biết công thức vận tốc của chuyển động biến đổi đều là $v(t) = v_0 + at \text{ (m/s)}$, trong đó $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ là gia tốc và $v \text{ (m/s)}$ là vận tốc tại thời điểm $t \text{ (s)}$. Hãy tính vận tốc v_0 lúc bắt đầu hãm phanh.

A. $12m/s$.

B. $6m/s$.

C. $30m/s$.

D. $45m/s$.

Lời giải**Chọn A**

Xe dừng hẳn sau 20 giây, suy ra $v(20) = 0 \Rightarrow v_0 + 20a = 0 \Rightarrow v_0 = -20a \Rightarrow v(t) = -20a + at$

$$\text{Quãng đường xe chạy được từ lúc hãm phanh là } S = \int_0^{20} v(t) dt = \int_0^{20} (-20a + at) dt = -200a$$

$$\text{Theo giả thiết, } S = 120 \Leftrightarrow -200a = 120 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{5} (\text{m/s}^2)$$

$$\text{Với } a = -\frac{3}{5} \Rightarrow v_0 = 12 \text{ m/s.}$$

Câu 32: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 22m/s. B. 15m/s. C. 10m/s. D. 7m/s.

Lời giải

Chọn B

+) Từ đề bài, ta suy ra: tính từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì A đi được 15 giây, B đi được 10 giây.

+) Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a dt = at + C$, lại có $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.

+) Từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được là bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{15} \left(\frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t \right) dt = \int_0^{10} at dt \Leftrightarrow 75 = 50a \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}.$$

Từ đó, vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(10) = \frac{3}{2} \cdot 10 = 15$ (m/s).

Câu 33: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 20m/s. B. 16m/s. C. 13m/s. D. 15m/s.

🔗 Lời giải

Chọn B

Quãng đường chất điểm A đi từ đầu đến khi B đuổi kịp là

$$S = \int_0^{15} \left(\frac{1}{150} t^2 + \frac{59}{75} t \right) dt = 96 \text{ (m)}.$$

Vận tốc của chất điểm B là $v_B(t) = \int a dt = at + C$.

Tại thời điểm $t=3$ vật B bắt đầu từ trạng thái nghỉ nên $v_B(3) = 0 \Leftrightarrow C = -3a$.

Lại có quãng đường chất điểm B đi được đến khi gặp A là

$$S_2 = \int_3^{15} (at - 3a) dt = \left(\frac{at^2}{2} - 3at \right) \Big|_3^{15} = 72a \text{ (m)}.$$

$$\text{Vậy } 72a = 96 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3} \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Tại thời điểm đuổi kịp A thì vận tốc của B là $v_B(15) = 16 \text{ (m/s)}$.

Câu 34: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100} t^2 + \frac{13}{30} t \text{ (m/s)}$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 15m/s.

B. 9m/s.

C. 42m/s.

D. 25m/s.

🔗 Lời giải

Chọn D

Khi B đuổi kịp A tức là A đã chuyển động được 25 giây kể từ thời điểm bắt đầu xuất phát và A chuyển động được quãng đường bằng

$$S = \left(\int_0^{25} \frac{1}{100} t^2 + \frac{13}{30} t \right) = \frac{375}{2} \text{ (m)}$$

Vì B chuyển động với gia tốc bằng $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ nên vận tốc của B là $v(t) = at + C$

Tại thời điểm bắt đầu xuất phát $t=10; v=0 \Rightarrow c = -10a$

Vận tốc chất điểm B tại thời điểm t là $v(t) = at - 10a \text{ (m/s)}$.

Quãng đường chất điểm B đi được trong 15(s) kể từ khi bắt đầu xuất phát là

$$S = \int_{10}^{25} (at - 10a) dt = \frac{225}{2}a$$

Vì sau khi chuyển động được 15 giây thì chất điểm B đuổi kịp chất điểm A , ta có:

$$\frac{225a}{2} = \frac{375}{2}(\text{m}) \Rightarrow a = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow v(t) = \frac{5}{3}t - \frac{50}{3}$$

Vậy vận tốc của B khi đuổi kịp A ứng với $t = 25(\text{s}) \Rightarrow v(25) = \frac{5}{3} \cdot 25 - \frac{50}{3} = 25 \text{ (m/s)}$

Câu 35: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t \text{ (m/s)}$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 25m/s.

B. 36m/s.

C. 30m/s.

D. 21m/s.

Lời giải

Chọn C

+) Từ đề bài, ta suy ra: tính từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì A đi được 18 giây, B đi được 15 giây.

+) Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a dt = at + C$, lại có $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.

+) Từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được là bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{18} \left(\frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t \right) dt = \int_0^{15} at dt \Leftrightarrow 225 = \frac{225}{2}a \Leftrightarrow a = 2.$$

Từ đó, vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(15) = 2 \cdot 15 = 30 \text{ (m/s)}$.

Câu 36: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng nhanh dần đều (gia tốc không đổi); 6 giây sau nó đạt đến vận tốc 10 (m/s) . Từ thời điểm đó chất điểm A chuyển động thẳng đều. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cùng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và chuyển động thẳng nhanh dần đều. Sau khi B xuất phát được 4 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng?

A. 20m/s.

B. 10m/s.

C. 18m/s.

D. 25m/s.

🔗 LỜI GIẢI

Chọn A

Xét chất điểm A

Ban đầu nó chuyển động thẳng nhanh dần đều nên $a_1 = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} (m/s^2)$ Suy ra $v_1 = \int \frac{5}{3} dt = \frac{5}{3}t + C$. Do $v_1(0) = 0 \Rightarrow v_1 = \frac{5}{3}t (m/s)$ Quảng đường chất điểm chuyển động thẳng nhanh dần đều $\Rightarrow s_0 = \int_0^6 \frac{5}{3}t dt = 30 (m)$ Sau đó nó chuyển động thẳng đều với vận tốc $6 (m/s)$ nên $s_1(t) = 30 + 10t (m)$ Xét chất điểm B; gọi gia tốc là $a_2 (m/s^2)$ suy ra $v_2(t) = \int a_2 dt = a_2 t + C$ Do $v_2(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_2(t) = a_2 t$ $\Rightarrow s_2(t) = \int v_2 dt = \int a_2 t dt = \frac{1}{2} a_2 t^2 + C$ Theo đề bài $s_2(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow s_2(t) = \frac{1}{2} a_2 t^2$.

Sau 4 giây từ lúc B xuất phát, B đuổi kịp A, lúc này A đã chuyển động thêm 1 giây từ lúc bắt đầu chuyển động thẳng đều

Suy ra $s_2(4) = s_1(1) \Leftrightarrow 8a_2 = 40 \Leftrightarrow a_2 = 5 (m/s^2) \Rightarrow v_2(t) = 5t (m/s)$.Vậy vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_2(4) = 20 (m/s)$.

📖 Câu 37: Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng nhanh dần đều (gia tốc không đổi); 10 giây sau nó đạt đến vận tốc $v_0 (m/s)$. Từ thời điểm đó chất điểm A chuyển động thẳng đều. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cùng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 9 giây so với A và chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc $a_2 = 2 (m/s^2)$. Sau khi B xuất phát được 6 giây thì đuổi kịp A. Tìm v_0

A. 2m/s.

B. 3m/s.

C. 4m/s.

D. 10m/s.

🔗 LỜI GIẢI

Chọn B

Xét chất điểm A

Ban đầu nó chuyển động thẳng nhanh dần đều nên $a_1 = \frac{v_0}{10} = 0,1v_0 \text{ (m/s}^2\text{)}$

Suy ra $v_1(t) = 0,1v_0 t$.

Quảng đường chất điểm chuyển động thẳng nhanh dần đều $\Rightarrow s_0 = \int_0^{10} 0,1v_0 t dt = 5v_0 \text{ (m)}$

Sau đó nó chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_0 \text{ (m/s)}$ nên $s_1(t) = 5v_0 + v_0 t = v_0(5+t) \text{ (m)}$

Xét chất điểm B ; suy ra $v_2(t) = \int a_2 dt = 2t + C$

$\Rightarrow s_2(t) = \int v_2 dt = \int 2t dt = t^2 + C$

Theo đề bài $s_2(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow s_2(t) = t^2$.

Sau 6 giây từ lúc B xuất phát, B đuổi kịp A , lúc này A đã chuyển động thêm 7 giây từ lúc bắt đầu chuyển động thẳng đều

Suy ra $s_2(6) = s_1(7) \Leftrightarrow 36 = 12v_0 \Leftrightarrow v_0 = 3 \text{ (m/s)}$.

Câu 38: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng nhanh dần đều (gia tốc không đổi $a_1 \text{ (m/s}^2\text{)}$); 4 giây sau nó đạt đến tốc độ 8 (m/s) . Từ thời điểm đó chất điểm A chuyển động thẳng đều. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cùng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 17 giây so với A và chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc $a_2 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Tìm $P = 2a_2 - 4a_1$.

A. $P = -2$.

B. $P = 0$.

C. $P = 2$.

D. $P = 4$.

Lời giải

Chọn B

Xét chất điểm A

Ban đầu nó chuyển động thẳng nhanh dần đều nên $a_1 = \frac{8}{4} = 2 \text{ (m/s}^2\text{)}$

Suy ra $v_1 = 2t \text{ (m/s)}$.

Quảng đường chất điểm chuyển động thẳng nhanh dần đều $\Rightarrow s_0 = \int_0^4 2t dt = 16 \text{ (m)}$

Sau đó nó chuyển động thẳng đều với vận tốc 8 (m/s) nên $s_1(t) = 8t + 16 \text{ (m)}$

Xét chất điểm B ; suy ra $v_2(t) = a_2 t$

$$\Rightarrow s_2(t) = \int v_2 dt = \int a_2 t dt = \frac{1}{2} a_2 t^2 + C$$

Theo đề bài $s_2(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow s_2(t) = \frac{1}{2} a_2 t^2$.

Sau 1 giây từ lúc B xuất phát, B đuổi kịp A , lúc này A đã chuyển động thêm 23 giây từ lúc bắt đầu chuyển động thẳng đều

$$\text{Suy ra } s_2(10) = s_1(23) \Leftrightarrow 50a_2 = 200 \Leftrightarrow a_2 = 4(m/s).$$

$$\text{Vậy } P = 2.4 - 4.2 = 0.$$

📖 Câu 39: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng nhanh dần đều (gia tốc không đổi $a_1(m/s^2)$); 6 giây sau nó đạt đến tốc độ $12(m/s)$ và chưa gặp chất điểm B . Từ thời điểm đó chất điểm A chuyển động thẳng đều. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cùng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn t_1 giây so với A và chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc $4(m/s^2)$. Sau khi B xuất phát được t_2 giây thì đuổi kịp A . Hỏi kết luận nào sau đây đúng?

A. $t_1 > 1$.

B. $t_2 < 7,5$.

C. $t_1 \leq 1$.

D. $t_2 > 4,5$.

🔗 Lời giải

Chọn D

Xét chất điểm A

Ban đầu nó chuyển động thẳng nhanh dần đều nên $a_1 = \frac{12}{6} = 2(m/s^2)$

$$\text{Suy ra } v_1 = 2t(m/s).$$

$$\text{Quảng đường chất điểm chuyển động nhanh dần đều } \Rightarrow s_0 = \int_0^6 2t dt = 36(m)$$

Sau đó nó chuyển động thẳng đều với vận tốc $12(m/s)$ nên $s_1(t) = 12t + 36(m)$

Xét chất điểm B ; $a_2 = 4$ suy ra $v_2(t) = 4t$.

$$\Rightarrow s_2(t) = \int v_2 dt = \int 4t dt = 2t^2 + C$$

Theo đề bài $s_2(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow s_2(t) = 2t^2$.

Sau t_2 giây từ lúc B xuất phát, B đuổi kịp A , lúc này A đã chuyển động thêm $(t_1 + t_2 - 6)$ giây từ lúc bắt đầu chuyển động thẳng đều

$$\text{Suy ra } s_2(t_2) = s_1(t_1 + t_2 - 6) \Leftrightarrow 2t_2^2 = 12(t_1 + t_2) - 36 \Leftrightarrow t_2^2 - 6t_2 + 18 - 6t_1 = 0(*)$$

Chất điểm B đuổi kịp chất điểm A thì phương trình (*) có nghiệm $t_2 > 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - (18 - 6t_1) = 6t_1 - 9 \geq 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 \geq \frac{3}{2} \\ 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow t_1 \geq \frac{3}{2}$$

$$\text{Do } t_1 + t_2 - 6 > 0, \forall t_1 \geq \frac{3}{2} \Leftrightarrow t_2 > 6 - t_1 \Leftrightarrow t_2 > \max_{\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)} g(t_1) = g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{2}$$

$$\text{Vậy } t_1 \geq \frac{3}{2}, t_2 > \frac{9}{2}.$$

Câu 40: Một chiếc máy bay chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian, giả sử độ thay đổi vận tốc $a(t) = 10t^3 + 2t \text{ (m/s}^2\text{)}$ và vận tốc ban đầu của nó là 100 (m/s) . Hỏi sau khi cất cánh 10 giây thì máy bay đạt được vận tốc là bao nhiêu?

- A. 25000m/s. B. 25100m/s. C. 25200m/s. D. 25300m/s.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } v(10) - v(0) = \int_0^{10} a(t) dt = 25200$$

$$\text{Vậy } v(10) = 25200 \text{ (m/s)}.$$

Câu 41: Một người thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ và ban đầu trong bể nước không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là 150 m^3 . Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là 1100 m^3 . Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

- A. 8400 m^3 . B. 2200 m^3 . C. 600 m^3 . D. 4200 m^3 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } h'(t) = 3at^2 + bt \text{ suy ra } h(t) = \int h'(t) dt = \int (3at^2 + bt) dt = at^3 + \frac{b}{2}t^2 + C.$$

$$\text{Ban đầu bể không có nước nên } C = 0 \Rightarrow h(t) = at^3 + \frac{b}{2}t^2.$$

Theo đề bài $\begin{cases} h(5) = 150 \\ h(10) = 1100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$

Vậy $h(20) = 8400m^3$.

Câu 42: Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $25(m/s)$ với gia tốc không đổi $g = -10(m/s^2)$. Sau bao lâu viên đạn đạt tới độ cao nhất?

A. $2,2s$.

B. $2,5s$.

C. $3,0s$.

D. $2,8s$.

Lời giải

Chọn B

Do viên đạn bay lên ngược hướng với lực hút Trái Đất nên: $v(t) = \int -gdt = -10t + C$.

Theo đề bài: $v(0) = 25 \Leftrightarrow C = 25 \Rightarrow v(t) = -10t + 25$.

Viên đạn đạt tới độ cao nhất thì nó dừng, tức $v = 0 \Leftrightarrow t = 2,5s$.

Câu 43: Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $25(m/s)$ và gia tốc là $-g$. Khi viên đạn lên đến vị trí cao nhất, nó rơi thẳng đứng xuống đất với gia tốc là g . Tính thời gian viên đạn đã bay từ lúc được bắn lên đến khi rơi xuống chạm đất. (Bỏ qua mọi lực ma sát, cho gia tốc trọng trường $g = 10(m/s^2)$).

A. $2,5s$.

B. $3,0s$.

C. $4,0s$.

D. $5,0s$.

Lời giải

Chọn D

Khi viên đạn bay lên: $v_1(t) = \int -gdt = -10t + C$.

Theo đề bài: $v_1(0) = 25 \Rightarrow C = 25 \Rightarrow v_1(t) = -10t + 25$.

Viên đạn đạt tới độ cao cao nhất thì nó dừng, tức: $v = 0 \Leftrightarrow t = 2,5(s)$.

Độ cao cao nhất viên đạn bay tới là: $h_0 = \int_0^{2,5} v(t)dt = \frac{125}{4}(m)$.

Khi viên đạn rơi xuống: $v_2(t) = \int gdt = 10t + C$.

Lúc viên đạn bắt đầu rơi xuống: $v_2(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_2(t) = 10t$.

Quãng đường viên đạn rơi là: $h(t) = \int v_2(t)dt = 5t^2 + C$.

Ta chọn $h(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow h(t) = 5t^2$.

Thời gian viên đạn rơi: $5t^2 = \frac{125}{4} \Rightarrow t = 2,5(s)$.

Vậy tổng thời gian viên đạn bay là $5,0(s)$.

Câu 44: Một người ném một viên đá từ mặt đất phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $10(m/s)$, và gia tốc là $-g$. Khi viên đá đi lên đến vị trí cao nhất nó rơi thẳng đứng

xuống đất với gia tốc là g . Tính thời gian viên đá đã bay từ lúc ném lên đến khi rơi xuống chạm đất. (Bỏ qua mọi lực ma sát, cho gia tốc trọng trường là $g = 10(m/s^2)$).

A. 1s .

B. 2,0s .

C. 1,5s .

D. 2,5s .

🔗 **Lời giải**

Chọn B

Khi viên đá bay lên: $v_1(t) = \int -g dt = -10t + C$.

Theo đề bài: $v_1(0) = 10 \Rightarrow C = 10 \Rightarrow v_1(t) = -10t + 10$.

Viên đá đạt tới độ cao cao nhất thì nó dừng, tức: $v = 0 \Leftrightarrow t = 1(s)$.

Độ cao cao nhất viên đá bay tới là: $h_0 = \int_0^1 v(t) dt = 5(m)$.

Khi viên đá rơi xuống: $v_2(t) = \int g dt = 10t + C$.

Lúc viên đá bắt đầu rơi xuống: $v_2(0) \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow v_2(t) = 10t$.

Quãng đường viên đá rơi là: $h(t) = \int v_2(t) dt = 5t^2 + C$.

Ta chọn $h(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow h(t) = 5t^2$.

Thời gian viên đá rơi: $5t^2 = 5 \Rightarrow t = 1(s)$.

Vậy tổng thời gian viên đá bay là $2(s)$.

📖 Câu 45: Một người ném một viên bi lên theo hướng thẳng đứng từ độ cao $1,8m$ so với mặt đất, vận tốc ban đầu là $12(m/s)$ và gia tốc là $-g$. Khi viên bi lên đến vị trí cao nhất nó rơi thẳng đứng xuống đất với gia tốc là g . Tính thời gian viên bi đã bay từ lúc được ném lên đến khi rơi xuống chạm đất. (Bỏ qua mọi lực ma sát, cho gia tốc trọng trường là $g = 10(m/s^2)$).

A. 2,64s .

B. 2,4s .

C. 1,8s .

D. 3s .

🔗 **Lời giải**

Chọn D

Khi viên bi bay lên: $v_1(t) = \int -g dt = -10t + C$.

Theo đề bài: $v_1(0) = 12 \Rightarrow C = 12 \Rightarrow v_1(t) = -10t + 12$.

Viên bi đạt tới độ cao cao nhất thì nó dừng, tức: $v = 0 \Leftrightarrow t = 1,2(s)$.

Độ cao cao nhất viên bi bay tới là: $h_0 = \int_0^{1,2} v(t) dt = 7,2(m)$.

Khi viên bi rơi xuống: $v_2(t) = \int g dt = 10t + C$.

Lúc viên bi bắt đầu rơi xuống: $v_2(0) \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow v_2(t) = 10t$.

Quãng đường viên bi rơi là: $h(t) = \int v_2(t) dt = 5t^2 + C$.

Ta chọn $h(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow h(t) = 5t^2$.

Thời gian viên bi rơi: $5t^2 = 7,2 + 1,8 = 9 \Rightarrow t = 1,8(s)$.

Vậy tổng thời gian viên bi bay là $3(s)$.

Câu 46: Một người ném một viên bi lên theo phương thẳng đứng từ độ cao $1,3m$ so với mặt đất, vận tốc ban đầu là $8(m/s)$ và gia tốc là $-g$. Khi viên bi lên đến vị trí cao nhất, nó rơi thẳng đứng xuống đất với gia tốc là g . Tính tốc độ của viên bi khi rơi xuống chạm đất. (Bỏ qua mọi lực ma sát, cho gia tốc trọng trường $g = 10(m/s)$).

A. $9 m/s$.

B. $14,4 m/s$.

C. $16 m/s$.

D. $17 m/s$.

Lời giải

Chọn A

Khi viên bi bay lên: $v_1(t) = \int a(t) dt = \int (-g) dt = -10t + C$.

Theo đề bài, $v_1(0) = 8 \Rightarrow C = 8 \Rightarrow v_1(t) = -10t + 8$.

Viên bi đạt tới độ cao cao nhất thì nó dừng, tức $v = 0 \Leftrightarrow t = 0,8(s)$.

Độ cao cao nhất viên bi bay tới là $h_0 = \int_0^{0,8} v(t) dt = 3,2(m)$.

Khi viên bi rơi xuống: $v_2(t) = \int g dt = 10t + C$.

Lúc viên bi bắt đầu rơi xuống: $v_2(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow v_2(t) = 10t$.

Quãng đường viên bi đi được là: $h(t) = \int v_2(t) dt = 5t^2 + C$.

Ta chọn $h(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow h(t) = 5t^2$.

Thời gian viên bi rơi: $5t^2 = 3,2 + 1,3 = 4,5 \Rightarrow t = 0,9(s)$.

Vận tốc khi viên bi chạm đất $v_2(0,9) = 9(m/s)$

Câu 47: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $1m$. Một ô tô A đang chạy với tốc độ $v_0 m/s$ bỗng gặp ô tô B đang dừng chờ đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -4(m/s^2)$. Để 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất $33 m$. Tìm v_0 .

A. $17 m/s$.

B. $16,5 m/s$.

C. $16,25 m/s$.

D. $16 m/s$.

Lời giải

Chọn D

Vận tốc của ô tô A khi hãm phanh: $v(t) = \int a(t) dt = -4t + C$.

Theo đề bài $v(0) = v_0 \Rightarrow C = v_0 \Rightarrow v(t) = -4t + v_0$

Khi ô tô A dừng đã đi được khoảng thời gian $t = \frac{v_0}{4} = 0,25v_0 (s)$.

Quãng đường khi ô tô A bắt đầu hãm phanh đến lúc dừng cách ô tô B 1m là 32m.

$$\text{Suy ra } S = 32 \Leftrightarrow \int_0^{0,25v_0} v(t) dt = \int_0^{0,25v_0} (-4t + v_0) dt = \left(-2t^2 + v_0 t\right) \Big|_0^{0,25v_0} = 32$$

$$\Leftrightarrow -0,125v_0^2 + 0,25v_0^2 = 32 \Leftrightarrow 0,125v_0^2 = 32 \Leftrightarrow v_0 = 16 \left(m/s^2\right).$$

Câu 48: Một ô tô A đang đi với tốc độ $20 m/s$ thì có ô tô B phía trước cách ô tô A $50m$ đang dừng chờ đèn đỏ. Để đảm bảo an toàn, ô tô A hãm phanh lại và chạy chậm dần đều với gia tốc $a(m/s^2)$. Tìm điều kiện của a để ô tô A không chạm vào ô tô B?

A. $a > 4$.

B. $a > 1$.

C. $a < -4$.

D. $a < -1$.

Lời giải

Chọn C

Vận tốc của ô tô A khi hãm phanh: $v(t) = \int a dt = at + C$.

Theo đề bài: $v(0) = 20 \Rightarrow v(t) = at + 20$.

Khi ô tô A dừng đã đi được khoảng thời gian là $t = \frac{-20}{a}(s)$

Quãng đường ô tô A đi từ lúc hãm phanh đến khi dừng lại:

$$S = \int_0^{\frac{-20}{a}} (at + 20) dt = \frac{1}{2} a \left(\frac{-20}{a} \right)^2 + 20 \cdot \frac{-20}{a} = \frac{200}{a} - \frac{400}{a} = -\frac{200}{a}$$

Để ô tô A không chạm vào ô tô B thì $S < 50 \Leftrightarrow -\frac{200}{a} < 50 \Leftrightarrow a < -4$.

Câu 49: Một ô tô A đang đi với tốc độ $v(m/s)$ thì có ô tô B phía trước cách ô tô A $50m$ đang dừng chờ đèn đỏ. Để đảm bảo an toàn, ô tô A hãm phanh lại và chạy chậm dần đều với gia tốc $-4(m/s^2)$. Tìm điều kiện của v_0 để ô tô A không chạm vào ô tô B?

A. $v_0 < 20$.

B. $v_0 > 30$.

C. $v_0 < 25$.

D. $v_0 > 15$.

Lời giải

Chọn A

Vận tốc của ô tô A khi hãm phanh: $v(t) = \int a dt = -4t + C$

Theo đề bài: $v(0) = v_0 \Rightarrow C = v_0 \Rightarrow v(t) = -4t + v_0$.

Khi ô tô A dừng đã đi được khoảng thời gian là $t = 0,25v_0 (s)$

Quãng đường ô tô A đi từ lúc hãm phanh đến khi dừng lại:

$$S = \int_0^{0,25v_0} (-4t + v_0) dt = \left(-2t^2 + v_0 t\right) \Big|_0^{0,25v_0} = 0,125v_0^2.$$

Để ô tô A không chạm vào ô tô B thì $S < 50 \Leftrightarrow 0,125v_0^2 < 50 \Rightarrow v_0 < 20$.

Câu 50: Một ô tô A đang chạy thẳng với tốc độ $v_0 (m/s)$ thì có ô tô B phía trước cách ô tô A $30m$ đang dừng chờ đèn đỏ. Để đảm bảo an toàn, ô tô A hãm phanh lại và chạy chậm dần đều với gia tốc $-3(m/s^2)$. Nhưng khi ô tô A còn cách ô tô B $6m$ thì đèn xanh nên ô tô B bắt đầu chạy thẳng nhanh dần đều với gia tốc $1,5(m/s^2)$ và cùng hướng với ô tô A. Giả sử ô tô A đi với vận tốc nhỏ nhất để đụng ô tô B, tính quãng đường ô tô A đã đi được từ lúc hãm phanh đến khi đụng ô tô B?

A. $3\sqrt{6}m$.

B. $2m$

C. $8m$

D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}m$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình vận tốc của ô tô B là $v_2(t) = \int a dt = \frac{3}{2}t + C$

Phương trình chuyển động của ô tô B là $s_2(t) = \int v(t) dt = \frac{3}{4}t^2 + C$.

Đặt $s_2(0) = 0$. Khi đó $s_2(t) = \frac{3}{4}t^2$.

Vận tốc của ô tô A khi hãm phanh: $v_1(t) = \int a dt = -3t + C$.

Quãng đường ô tô B đi được từ khi hãm phanh là: $S_1 = \int_0^{t_0} v_0(t) dt = -\frac{3}{2}t_0^2 + v_0 t$

Gọi vận tốc của ô tô A lúc đèn xanh là $v_A \Rightarrow v_A = -3t_0 + v_0$

Phương trình chuyển động của ô tô A đi từ lúc đèn xanh

$$s_1(t) = \int (-3t + v_A) dt = -\frac{3}{2}t^2 + v_A t + C$$

Hai ô tô đụng nhau khi

$$s_1 = s_2 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}t^2 + v_A t - 6 = \frac{3}{4}t^2 \Leftrightarrow v_A t = 6 + \frac{9}{4}t^2 \Leftrightarrow v_A = \frac{6}{t} + \frac{9}{4}t \geq 3\sqrt{6}$$

(Theo bất đẳng thức AM – GM)

Dấu “=” xảy ra khi $\frac{6}{t} = \frac{9}{4} \Rightarrow t = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Có vận tốc tối thiểu từ lúc đèn chuyển xanh để ô tô A đuổi ô tô B là $v_A = 3\sqrt{6} (m/s)$.

$$s_1\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right) = -\frac{3}{2}\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2 + 3\sqrt{6}\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right) = 8(m).$$